

ÍNDICE

PREFÁCIO ix

1 NOÇÕES BÁSICAS DA ÁLGEBRA 1

- 1.1 Introdução 3
- 1.2 Grupos 8
- 1.3 Permutações 14
- 1.4 Homomorfismos e Isomorfismos 19
- 1.5 Anéis, Domínios Integrais e Corpos 28
- 1.6 Homomorfismos e Isomorfismos de Anéis 37
- 1.7 Os Quaterniões 45
- 1.8 Simetrias 49

2 OS NÚMEROS INTEIROS 59

- 2.1 Axiomática dos Inteiros 61
- 2.2 Desigualdades 66
- 2.3 Princípio de Indução 72
- 2.4 Somatórios e Produtos 78
- 2.5 Factores, Múltiplos e Divisão 84
- 2.6 Ideais e o Algoritmo de Euclides 89
- 2.7 O Teorema Fundamental da Aritmética 98
- 2.8 Congruências 105
- 2.9 Factorização Prima e Criptografia 115

3 OUTROS EXEMPLOS DE ANÉIS 119

- 3.1 Os Anéis Z_m 121
- 3.2 Frações e Números Racionais 133
- 3.3 Polinómios e Séries de Potências 138
- 3.4 Funções Polinomiais 146
- 3.5 Divisão de Polinómios 151
- 3.6 Os Ideais de $K[x]$ 159
- 3.7 Divisibilidade e Factorização Prima 164
- 3.8 Factorização em $D[x]$ 177

4 QUOCIENTES E ISOMORFISMOS 183

- 4.1 Grupos e Relações de Equivalência 185
- 4.2 Grupos e Anéis Quocientes 192
- 4.3 Números Reais e Complexos 201
- 4.4 Isomorfismos Canónicos de Grupos 209
- 4.5 Isomorfismos Canónicos de Anéis 217
- 4.6 Grupos Livres, Geradores e Relações 225

5 GRUPOS FINITOS 241

- 5.1 Grupos de Transformações 243

5.2	Teoremas de Sylow	249
5.3	Grupos Nilpotentes e Resolúveis	255
5.4	Grupos Simples	261
5.5	Grupos de Simetrias	266
5.5.1	Grupos de simetrias de figuras planas	267
5.5.2	Grupos de simetrias de figuras tridimensionais	269
6 MÓDULOS 277		
6.1	Módulos sobre Anéis	279
6.2	Independência Linear	288
6.3	Produtos Tensoriais	293
6.4	Módulos sobre Domínios Integrais	302
6.5	Módulos de Tipo Finito sobre d.i.p.	308
6.5.1	Diagonalização de matrizes com entradas num d.i.p.	309
6.5.2	Decomposição em factores cíclicos invariantes	312
6.5.3	Decomposição em factores cíclicos primários	314
6.5.4	Componentes primárias	316
6.6	Classificações	318
6.6.1	Classificação de grupos abelianos de tipo finito	319
6.6.2	Forma canónica de Jordan	320
6.7	Categorias e Functores	324
7 TEORIA DE GALOIS 331		
7.1	Extensões de Corpos	335
7.2	Construções com Régua e Compasso	338
7.3	Extensões de Decomposição	343
7.4	Homomorfismos de Extensões	350
7.5	Separabilidade	353
7.6	Grupo de Galois	358
7.7	A Correspondência de Galois	363
7.8	Algumas Aplicações	370
7.8.1	Expressões racionais simétricas	371
7.8.2	Números construtíveis	373
7.8.3	Resolução de equações algébricas por radicais	376
8 ÁLGEBRA COMUTATIVA 381		
8.1	Zeros de Um Polinómio	383
8.2	Módulos e Anéis Noetherianos	386
8.3	Factorização de Ideais	392
8.4	Ideais Maximais e o Lema de Nakayama	399
8.5	O Teorema dos Zeros de Hilbert	404
8.6	Divisão de Polinómios	410
8.7	Bases de Grobner	416
A COMPLEMENTOS SOBRE A TEORIA DOS CONJUNTOS 429		

A.1	Relações e Funções	431
A.2	Axioma da Escolha, Lema de Zorn e Indução	437
A.3	Conjuntos Finitos	444
A.4	Conjuntos Infinitos	450

SUGESTÕES DE LEITURA ADICIONAL 459

ÍNDICE REMISSIVO 465