

ÍNDICE

PREFÁCIO	ix
1 NOÇÕES BÁSICAS	1
1.1 Noção de sistema dinâmico	3
1.2 Exemplos com tempo discreto	5
1.2.1 Rotações da circunferência	5
1.2.2 Transformações expansoras	7
1.2.3 Endomorfismos do toro	8
1.3 Exemplos com tempo contínuo	11
1.3.1 Equações diferenciais autônomas	11
1.3.2 Relações entre tempo discreto e tempo contínuo	15
1.3.3 Equações diferenciais no toro \mathbb{T}^2	17
1.4 Conjuntos invariantes	18
1.5 Exercícios	22
2 DINÂMICA TOPOLÓGICA	27
2.1 Sistemas dinâmicos topológicos	29
2.2 Conjuntos limite	30
2.2.1 Tempo discreto	31
2.2.2 Tempo contínuo	36
2.3 Recorrência topológica	40
2.3.1 Transitividade topológica	40
2.3.2 Mistura topológica	42
2.4 Entropia topológica	44
2.4.1 Noções básicas e exemplos	45
2.4.2 Invariância topológica	47

2.4.3	Caracterizações alternativas	49
2.4.4	Transformações expansivas	53
2.5	Exercícios	58
3	DINÂMICA DE BAIXA DIMENSÃO	63
3.1	Homeomorfismos da circunferência	65
3.1.1	Levantamentos	65
3.1.2	Noção de número de rotação	69
3.1.3	Número de rotação racional	72
3.1.4	Número de rotação irracional	75
3.2	Difeomorfismos da circunferência	79
3.3	Transformações do intervalo	83
3.3.1	Existência de pontos periódicos	84
3.3.2	Ordem de Sharkovsky	86
3.4	Teoria de Poincaré–Bendixson	91
3.4.1	Intersecções com secções transversais	92
3.4.2	Teorema de Poincaré–Bendixson	93
3.5	Exercícios	96
4	DINÂMICA HIPERBÓLICA I	99
4.1	Conjuntos hiperbólicos	101
4.1.1	Noções básicas	101
4.1.2	Ferradura de Smale	103
4.1.3	Continuidade dos espaços estáveis e instáveis	108
4.2	Conjuntos hiperbólicos e cones invariantes	113
4.2.1	Cones e caracterização de conjuntos hiperbólicos	113
4.2.2	Existência de cones invariantes	114
4.2.3	Critério de hiperbolicidade	118
4.3	Estabilidade de conjuntos hiperbólicos	121
4.4	Exercícios	123
5	DINÂMICA HIPERBÓLICA II	127
5.1	Vizinhança de pontos fixos hiperbólicos	129
5.1.1	Teorema de Grobman–Hartman	129
5.1.2	Teorema de Hadamard–Perron	136
5.2	Variedades invariantes estáveis e instáveis	148
5.2.1	Existência de variedades invariantes	148

5.2.2	Estrutura produto	152
5.3	Fluxos geodésicos	155
5.3.1	Geometria hiperbólica	155
5.3.2	Quocientes por isometrias	160
5.3.3	Fluxo geodésico	162
5.3.4	Fluxos hiperbólicos	163
5.4	Exercícios	167
6	DINÂMICA SIMBÓLICA	171
6.1	Noções básicas	173
6.1.1	Espaço de sucessões e transformação desvio	173
6.1.2	Entropia topológica	175
6.1.3	Sucessões bilaterais	176
6.2	Exemplos de codificações	177
6.2.1	Transformações expansoras	177
6.2.2	Transformações quadráticas	181
6.2.3	Ferradura de Smale	182
6.3	Cadeias de Markov topológicas	184
6.3.1	Noções básicas	184
6.3.2	Pontos periódicos	186
6.3.3	Entropia topológica	187
6.3.4	Transitividade e mistura topológicas	189
6.4	Ferraduras e cadeias de Markov	193
6.5	Funções zeta	196
6.6	Exercícios	199
7	TEORIA ERGÓDICA	203
7.1	Noções de teoria da medida	205
7.2	Medidas invariantes	208
7.3	Recorrência não trivial	211
7.4	Teorema ergódico	213
7.5	Expoentes de Lyapunov	219
7.6	Entropia	222
7.7	Exercícios	225
	BIBLIOGRAFIA	229
	ÍNDICE REMISSIVO	231