

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>NOÇÕES BÁSICAS DE TOPOLOGIA</b>	<b>1</b>
1.1	Caminho fechado em $x$	3
1.2	Classes de homotopia baseadas em $x$	3
1.3	Grupo fundamental $\pi_1$	4
1.4	O segundo grupo de homotopia $\pi_2$	5
1.5	Exemplos de domínios e grupos	7
1.6	Aplicação aos Hamiltonianos de sistemas fermiônicos	7
<b>2</b>	<b>CONCEITOS</b>	<b>11</b>
2.1	Fase de Berry	13
2.2	Efeitos da fase de Berry	14
2.2.1	Polarização elétrica da célula unitária	15
2.2.2	Corrente adiabática	16
2.2.3	Velocidade anômala	18
2.3	Simetrias discretas	19
2.4	Topologia de sistemas unidimensionais	25
2.4.1	Modelo de Shockley e número de enrolamento	25
2.4.2	Fase de Zak	27
2.4.3	Número de estados de fronteira	28
2.4.4	Hamiltoniano de dimensão superior	28
2.5	O sistema a dois níveis	29
2.6	Sistemas bidimensionais: o número de Chern	31
2.7	Cálculo do número de Chern pelo método das plaquetas	35
2.8	Curvatura de Berry como soma sobre estados	35
2.9	Estados de fronteira	36
2.10	Transporte quântico por estados de fronteira	39
2.10.1	Transporte quântico em uma dimensão	39

2.10.2	Condutividade de Hall em sistemas bidimensionais	40
2.10.3	Efeito de Hall quântico	41
2.11	Redução dimensional	42
2.12	Estados de fronteira no grafeno	43
2.13	Cálculo dos estados de superfície	45
<b>3</b>	<b>ISOLANTES TOPOLÓGICOS</b>	<b>49</b>
3.1	A construção do isolador de Hall anômalo	51
3.2	Grafeno e o modelo de Haldane	52
3.3	Estados de fronteira no modelo de Haldane	54
3.4	O isolador de Chern num campo magnético	55
3.5	O isolador topológico de Kane-Mele	57
3.6	Índice topológico $\mathbb{Z}_2$	58
3.7	Isolador topológico tridimensional	60
3.8	Alguns modelos de isolantes topológicos	62
3.9	Isolantes topológicos de ordem superior	64
3.10	Classes de simetria dos Hamiltonianos com hiato	65
<b>4</b>	<b>SUPERCONDUTORES TOPOLÓGICOS</b>	<b>69</b>
4.1	Equações de Bogoliubov-de Gennes	71
4.1.1	Simetria partícula-lacuna	72
4.1.2	Emparelhamento supercondutor	73
4.1.3	Função de onda BCS	76
4.1.4	Fermiões de Majorana	77
4.1.5	Base de Nambu (ou Balian-Werthammer)	78
4.2	Modelo de Kitaev unidimensional	80
4.2.1	Representação do modelo de Kitaev por fermiões de Majorana	81
4.2.2	Paridade fermiônica do estado fundamental	84
4.2.3	Modelo de Kitaev estendido	86
4.2.4	Modelo de Shockley expresso em termos de fermiões de Majorana	88
4.2.5	Modelo de SSH com emparelhamento tripleto	90
4.3	Estados de fronteira em junções de Josephson	95
4.3.1	Fermiões de Majorana numa junção $\pi$	95
4.3.2	Estados ligados de Andreev numa junção $\phi$	97
4.4	Supercondutores bidimensionais	100
4.4.1	Supercondutor $p+ip$ , sem spin	100
4.4.2	Cone de Dirac com supercondutividade de onda $s$	103
4.4.3	Supercondutor $\mathbb{Z}_2$	104

4.4.4	Inclusão de pseudo-spin	105
4.4.5	Exemplos de supercondutores numa rede bidimensional	107
4.4.6	Modelo de Sato e Fujimoto de um supercondutor tripleto	110
4.5	Supercondutor com impurezas	114
4.5.1	Cadeia magnética num supercondutor singlete	117
4.5.2	Cadeia magnética num supercondutor tripleto	119
4.5.3	Número de Chern no espaço real	120
<b>5</b>	<b>SEMIMETAIS TOPOLÓGICOS</b>	<b>127</b>
5.1	Definição e simetrias	129
5.2	Pontos de Weyl do tipo I	130
5.2.1	Fontes e sorvedouros de curvatura de Berry	131
5.2.2	Densidade de estados	132
5.3	Estados de superfície com “arcos de Fermi”	132
5.4	Anomalia quiral	134
5.5	Perturbação de um ponto de Dirac	136
5.6	Pontos de Weyl do tipo II	137
5.7	Anéis nodais	139
5.7.1	Invariante topológico em linhas nodais	139
5.7.2	Estados de superfície <i>drumhead</i>	141
5.8	Anéis nodais $\mathbb{Z}_2$	142
<b>6</b>	<b>SISTEMAS DE SPINS COM PROPRIEDADES TOPOLÓGICAS</b>	<b>147</b>
6.1	Representações de sistemas de spins	149
6.2	Cadeias de spins	151
6.2.1	Projeção AKLT	153
6.2.2	Fase de Berry	156
6.3	Defeitos topológicos	159
6.3.1	”Hedgehogs” e skyrmiões	159
6.3.2	Vórtices e transição de Kosterlitz-Thouless	161
6.4	Dualidade e topologia	165
6.4.1	Transformação inversa de Jordan-Wigner	165
6.4.2	Representações fermiónicas do modelo de Kitaev unidimensional	166
6.4.3	Fase de Berry e mudança de representação	169
6.4.4	Topologia do modelo de spins na representação fermiónica	172
<b>7</b>	<b>SISTEMAS FOTÓNICOS COM PROPRIEDADES TOPOLÓGICAS</b>	<b>175</b>

7.1	Fases topológicas em sistemas fotônicos	177
7.2	Modos de fronteira com quebra de simetria de inversão temporal	177
7.2.1	Guias de ondas	177
7.2.2	Tubos de ferrite	181
7.2.3	Ondas num meio periódico: cristais fotônicos	184
7.2.4	Modos TM numa rede periódica	186
7.2.5	Modelo efetivo para bandas quadráticas	187
7.2.6	Implementação experimental	190
7.3	Sistemas com simetria de inversão temporal	191
7.3.1	Difusão de uma partícula por um potencial	191
7.3.2	Matriz $S$ para a difusão de ondas eletromagnéticas	194
<b>8</b>	<b>INFORMAÇÃO QUÂNTICA E SISTEMAS TOPOLÓGICOS</b>	<b>199</b>
8.1	Emaranhamento	201
8.1.1	Entropia de von Neumann	203
8.1.2	Relação com funções de correlação	204
8.1.3	Impureza num supercondutor convencional	206
8.2	Espetro de emaranhamento	208
8.2.1	Emaranhamento no espaço real	208
8.2.2	Emaranhamento no espaço dos momentos	209
8.3	Fidelidade	212
8.3.1	Estados puros	212
8.3.2	Fidelidade entre estados parciais	212
8.3.3	Sistema a dois níveis	213
8.3.4	Estados de um supercondutor com impurezas magnéticas	215
8.3.5	Espetro da fidelidade e transições de fase em sistemas quânticos	217
8.3.6	Espetro da fidelidade de um supercondutor topológico	217
8.3.7	Transição de fase quântica no modelo de Kitaev	220
8.3.8	Suscetibilidade da fidelidade	221
8.4	Permutação não-abeliana de fermiões de Majorana	223
8.4.1	Produtos de fermiões de Majorana	223
8.4.2	Quantização do fluxo e permutação de Majoranas	225
<b>9</b>	<b>SISTEMAS TOPOLÓGICOS FORA DE EQUILÍBRIO</b>	<b>231</b>
9.1	Transformações quânticas repentinas	233
9.1.1	Probabilidade de sobrevivência e eco de Loschmidt	233
9.1.2	Não-conservação da energia	236
9.1.3	Modelo de Kitaev: estabilidade dos estados de fronteira	238

9.1.4	Modelo de Sato e Fujimoto: estabilidade dos estados de fronteira	239
9.1.5	Evolução dos números de Chern	241
9.2	Perturbações periódicas: sistemas de Floquet	243
9.2.1	Cone de Dirac sob radiação circularmente polarizada	247
9.2.2	Expansão de Magnus	248
9.2.3	Invariantes: formulação no espaço das frequências	250
9.2.4	Bandas das quase-energias e criação de modos $\pi$	252
9.2.5	Invariantes: formulação temporal	254
9.2.6	Fase de Berry-Floquet	256
9.3	Impulsos instantâneos periódicos	256
9.3.1	Valores próprios do operador de Floquet	257
9.3.2	Hamiltoniano efetivo	258
<b>A REALIZAÇÃO FÍSICA DO MODELO DE KITAEV</b>		<b>263</b>
<b>B TOPOLOGIA DA SUPERFÍCIE DE FERMI</b>		<b>269</b>