

ÍNDICE

PREFÁCIO	v
1 TEORIA ESPECTRAL EM ÁLGEBRAS DE BANACH	1
1.1 Definição de álgebra de Banach. Exemplos	3
1.2 Invertibilidade e espectro	7
1.2.1 Invertibilidade	7
1.2.2 Espectro e conjunto resolvente	10
1.2.3 Raio espectral. Teorema de Gelfand-Mazur	12
1.2.4 Espectro e subálgebras	15
1.3 Ideais e invertibilidade	19
1.3.1 Ideais e ideais maximais	19
1.3.2 Radical de uma álgebra	23
1.4 Funcionais lineares multiplicativos	25
1.5 Cálculo funcional holomorfo	29
1.6 Classes de álgebras de Banach	34
1.6.1 A álgebra dos operadores lineares limitados	34
1.6.2 A álgebra das funções contínuas	38
1.7 Exercícios	39
2 REPRESENTAÇÕES DE ÁLGEBRAS DE BANACH	45
2.1 A transformação de Gelfand	47
2.1.1 Transformada e transformação de Gelfand	47
2.1.2 A transformação de Gelfand em $L^1(\mathbb{R})$	52
2.2 Representações de álgebras	56
2.2.1 Definição de representação. Lema de Schur	56
2.2.2 Álgebras primitivas. Ideais primitivos	59
2.2.3 Módulos e representações de álgebras	65

2.3	Princípios locais	67
2.3.1	Princípio local de Allan	67
2.3.2	Princípio local de Gohberg-Krupnik	72
2.4	Álgebras com identidade polinomial	76
2.4.1	Identities polinomiais <i>standard</i>	76
2.4.2	Símbolos matriciais	83
2.5	Álgebras geradas por duas projeções	88
2.6	Exercícios	94
3	FUNDAMENTOS DE ÁLGEBRAS C^*	99
3.1	Álgebras C^* . Propriedades elementares	101
3.2	1.º Teorema de Gelfand-Naimark. Cálculo funcional contínuo	107
3.3	Elementos positivos em álgebras C^*	112
3.4	A álgebra C^* dos operadores lineares limitados	116
3.4.1	Operadores de projeção	116
3.4.2	Isometrias parciais. Decomposição polar	119
3.5	Teorema espectral para operadores normais	122
3.5.1	Medidas espectrais	123
3.5.2	Álgebras C^* comutativas e medidas espectrais	127
3.5.3	Teorema espectral para operadores normais. Cálculo funcional de Borel	134
3.6	Álgebras C^* sem unidade. Unitalização e aproximação da unidade	136
3.6.1	Unitalização de uma álgebra C^*	137
3.6.2	Aproximação da unidade	142
3.7	Exercícios	147
4	REPRESENTAÇÕES E CLASSES DE ÁLGEBRAS C^*	155
4.1	Funcionais lineares positivos. Estados puros	157
4.1.1	Funcionais lineares positivos	157
4.1.2	Estados puros. Propriedades	165
4.2	Representações. Construção de Gelfand-Naimark-Segal	172
4.2.1	Representações não-degeneradas, cíclicas e irreduzíveis	172
4.2.2	Representações unitariamente equivalentes	178
4.2.3	Construção de Gelfand-Naimark-Segal. 2.º Teorema de Gelfand-Naimark	179
4.2.4	Representações irreduzíveis e estados puros	184

4.2.5	Extensões e restrições de representações	189
4.3	Construção de álgebras C^* . Álgebra limite indutivo	194
4.4	Classes de Álgebras C^*	199
4.4.1	Álgebras CCR e GCR	199
4.4.2	Álgebras C^* universais	207
4.4.3	Álgebra C^* envolvente	216
4.4.4	Álgebra de Cuntz. Álgebra de rotação. Álgebra de Toeplitz	218
4.5	Exercícios	221
5	SISTEMAS DINÂMICOS E PRODUTO CRUZADO C^*	225
5.1	Sistemas dinâmicos C^*	227
5.2	Representações covariantes de sistemas dinâmicos	230
5.3	Produto cruzado C^*	233
5.4	Representações do Produto Cruzado C^* . Produto cruzado reduzido	241
5.5	Grupos mediáveis	244
5.6	Exercícios	246
6	INTRODUÇÃO ÀS ÁLGEBRAS DE VON NEUMANN	251
6.1	Definição de álgebra de von Neumann. Teorema do bicomutante	253
6.1.1	Topologias forte e fraca em $\mathcal{L}(H)$	253
6.1.2	Álgebras de von Neumann. Teorema do bicomutante	258
6.2	Álgebras de von Neumann e projecções	262
6.3	Teorema da densidade de Kaplansky	270
6.4	Álgebras de von Neumann comutativas	281
6.4.1	A álgebra dos operadores de multiplicação	281
6.4.2	Álgebras de von Neumann comutativas em espaços separáveis	284
6.5	Comparação de projecções em álgebras de von Neumann	291
6.5.1	Equivalência de projecções e decomposição polar	291
6.5.2	Projecções subordinadas. Ordenação parcial	298
6.5.3	Projecções centrais. Teorema da comparabilidade	302
6.6	Decomposição de álgebras de von Neumann	307
6.6.1	Projecções finitas, infinitas e abelianas	308
6.6.2	Álgebras de von Neumann de tipo I, II e III. Teorema da decomposição	313
6.7	Exercícios	318
	BIBLIOGRAFIA	321