

ÍNDICE

PREFÁCIO	v
1 MEDIDA E INTEGRAÇÃO: O INTEGRAL DE LEBESGUE	1
1.1 Conjuntos e funções mensuráveis	3
1.2 Medida de Lebesgue	9
1.3 Conjuntos de medida nula	12
1.4 O integral de Lebesgue	15
1.5 A dimensão de Hausdorff	17
2 ESPAÇOS DE FUNÇÕES E ESPAÇOS DE HILBERT	21
2.1 Espaços pré-hilbertianos	23
2.2 Espaços de Hilbert	28
2.3 Espaços de Lebesgue	31
2.4 Operadores	34
3 BASES DE ESPAÇOS DE HILBERT	37
3.1 Bases de espaços de Hilbert	39
3.2 Polinómios de Legendre	42
3.3 Teoremas fundamentais	44
4 OPERADORES	51
4.1 Operadores	53
4.2 Operadores adjuntos, hermíticos e unitários	54
4.3 Operadores de Sturm-Liouville	57
5 SÉRIES DE FOURIER	63
5.1 Séries de Fourier	65
5.2 Fenómeno de Gibbs	70
5.3 Convergência das séries de Fourier	73

6	DISTRIBUIÇÕES	79
6.1	Funcionais lineares e distribuições	81
6.2	Derivadas de distribuições	86
7	A EQUAÇÃO DAS ONDAS I: OSCILAÇÕES TRANSVERSAIS	93
7.1	A equação das ondas	95
7.2	Soluções de equilíbrio da equação das ondas	98
7.3	Soluções estacionárias da equação das ondas	100
7.4	Teorema de d'Alembert	106
7.5	Energia de ondas transversais	109
7.6	Ressonância	112
7.7	Equilíbrio de uma membrana retangular	115
7.8	Oscilações de uma membrana circular	116
7.9	A equação das ondas e a transformação de Lorentz	120
7.10	Soluções fortes e fracas da equação das ondas	121
8	A TRANSFORMADA DE FOURIER E AS FUNÇÕES DE GREEN	127
8.1	A transformada de Fourier	129
8.2	A relação de incerteza de Heisenberg	139
8.3	A fórmula da soma de Poisson	141
8.4	Funções de Green	142
9	A EQUAÇÃO DO CALOR	151
9.1	A equação do calor em meios infinitos	153
9.2	A equação do calor em meios finitos	158
9.3	Uma simetria da equação do calor	160
10	A TRANSFORMADA DE LAPLACE	163
10.1	A transformada de Laplace	165
10.2	Funções de Green	172
11	REFLEXÃO, REFRAÇÃO E DISPERSÃO DE ONDAS	177
11.1	Reflexão e refração de ondas transversais	179
11.2	Lei de Snell	182
11.3	Velocidade de fase	184
11.4	Velocidade de grupo	187

12 A TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA	191
12.1 A transformada de Fourier discreta	193
13 EQUAÇÕES ÀS DERIVADAS PARCIAIS DE SEGUNDA ORDEM	201
13.1 Equações às derivadas parciais de segunda ordem	203
13.2 Curvas caraterísticas	209
13.3 O efeito Doppler	211
14 FONÕES E SOLITÕES	217
14.1 Ondas solitárias	219
14.2 Ondas lineares em redes: fonões	219
14.3 Ondas não lineares em redes: solitões	224
15 CAOS	229
15.1 Caos	231
15.2 Medidas invariantes e ergodicidade	237
15.3 Bifurcações	241
15.4 Sensibilidade em relação às condições iniciais	243
A O MÉTODO DOS RESÍDUOS	249
B GUIA PARA A RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS	255
BIBLIOGRAFIA	267